



## OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală – Constanța, 18.02.2017

**Clasa a XI-a**

### SUBIECTUL 1

Studiați valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a)  $A, B \in \mathbf{M}_2(\mathbf{R})$  cu  $A \cdot B = O_2 \Rightarrow B \cdot A = O_2$ .
- b)  $A, B \in \mathbf{M}_2(\mathbf{R})$  cu  $(A \cdot B)^{2017} = O_2 \Rightarrow (B \cdot A)^{2017} = O_2$

*Gabriela Constantinescu*

### SUBIECTUL 2

Fie matricea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

- a) Determinați  $x \in \mathbf{R}$  pentru care  $\det(A - xI_3) = 0$ .
- b) Determinați matricea  $B = \sum_{k=1}^n A^k$ ,  $n \in \mathbf{N}^*$ .

\*\*\*

### SUBIECTUL 3

Fie șirul  $(x_n)_{n \geq 1}$ , definit prin:  $x_1 = 1$ ,  $x_{n+1} = x_n + \frac{1}{x_n^{2017}}$ ,  $(\forall) n \in \mathbf{N}^*$ .

- a) Studiați convergența șirului  $(x_n)_{n \geq 1}$ .
- b) Calculați  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{x_{n+1}}{x_n} \right)^n$

*Cătălin Zîrnă*

### SUBIECTUL 4

Determinați toate șirurile  $(x_n)_{n \geq 1}$  care verifică inegalitatea:  $|m \cdot x_n - n \cdot x_m| \leq 1$ ,  $(\forall) m, n \in \mathbf{N}^*$ .

*Nelu Chichirim*

### Notă:

Timp de lucru 3 ore  
Toate subiectele sunt obligatorii  
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7  
Nu se acordă puncte din oficiu